Tom Pfeiffer/VolcanoDiscovery/Getty Images

Κίνηση σε δύο ή τρεις διαστάσεις

Οι μαθησιακοί στόχοι αυτού του κεφαλαίου είναι:

(3.1) Να κατανοήσετε τις διαφορές μεταξύ της μονοδιάστατης, δισδιάστατης και τρισδιάστατης κίνησης.

(3.2) Να μπορείτε να περιγράψετε τις ιδιότητες ενός διανύσματος και το πώς θα βρείτε το άθροισμα ή τη διαφορά δύο διανυσμάτων.

(3.3) Να μπορείτε να συσχετίσετε τις συνιστώσες ενός διανύσματος με το μέτρο και την κατεύθυνσή του και να χρησιμοποιήσετε τις συνιστώσες στους υπολογισμούς που περιλαμβάνουν διανύσματα.

(3.4) Να εξηγήσετε τον τρόπο με τον οποίο η μετατόπιση, η ταχύτητα και η επιτάχυνση περιγράφονται με διανύσματα.

(3.5) Να κατανοήσετε τα βασικά χαρακτηριστικά της βολής και τον τρόπο ερμηνείας αυτού του είδους κίνησης.

(3.6) Να μπορείτε να επιλύσετε προβλήματα που περιλαμβάνουν βολή.

(3.7) Να μπορείτε να περιγράψετε γιατί ένα σώμα το οποίο κινείται σε κύκλο επιταχύνεται συνέχεια.

(3.8) Να εξηγήσετε τον τρόπο με τον οποίο η δομή του αυτιού μας βοηθά να νιώθουμε την επιτάχυνση.

Τα προαπαιτούμενα για την κατανόηση αυτού του κεφαλαίου είναι:

(2.2, 2.3) Οι έννοιες της μετατόπισης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης για την ευθύγραμμη κίνηση.

(2.4, 2.5) Οι έννοιες και οι εξισώσεις της ευθύγραμμης κίνησης με σταθερή επιτάχυνση.

(2.6) Οι έννοιες και οι εξισώσεις της ελεύθερης πτώσης.

Εσείς τι γνώμη έχετε;

Εάν αγνοήσουμε την αντίσταση του αέρα, ένας πίδακας λάβας το οποίο αναδύεται από ένα ηφαίστειο χρειάζεται περισσότερο χρόνο για (α) να ανέλθει στο μέγιστο ύψος του ή (β) να κατέλθει από αυτό το μέγιστο ύψος πίσω στο επίπεδο από το οποίο εκτοξεύτηκε; ή (γ) η άνοδος και η κάθοδος απαιτούν τον ίδιο χρόνο;

3.1 Οι έννοιες της ευθύγραμμης κίνησης μας βοηθούν να κατανοήσουμε την κίνηση σε δύο ή τρεις διαστάσεις

Οι πίδακες λάβας που φαίνονται στην παραπάνω φωτογραφία ακολουθούν *καμπύλες* διαδρομές. Το γεγονός αυτό σημαίνει ότι δεν μπορούμε πλέον να τις περιγράψουμε χρησιμοποιώντας απλώς τις έννοιες του Κεφαλαίου 2 για την ευθύγραμμη κίνηση (μονοδιάστατη κίνηση). Μπορούμε όμως να επεκτείνουμε τις ίδιες έννοιες της μετατόπισης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης για την κίνηση κατά μήκος καμπύλων διαδρομών σε δύο ή τρεις διαστάσεις – δηλαδή σε κίνηση η οποία πραγματοποιείται σε ένα επίπεδο ή γενικότερα στον τρισδιάστατο χώρο (**Σχήμα 3-1α**).

Στη συνέχεια θα εξετάσουμε λεπτομερώς μια σημαντική μορφή δισδιάστατης κίνησης, η οποία ονομάζεται *βολή*. Η μορφή αυτής της κίνησης σε ένα επίπεδο προκύπτει όταν η μόνη επιτάχυνση στο σώμα είναι η προς τα κάτω έλξη της βαρύτητας (**Σχήμα 3-1β**). Η βολή δεν αποτελεί τέλεια περιγραφή της τροχιάς μιας μπάλας του μπέιζμπολ όταν βάλλεται από το ρόπαλο ή μιας μπάλας ποδοσφαίρου όταν βάλλεται από το πόδι ενός ποδοσφαιριστή, καθώς σε αυτές τις περιπτώσεις η αντίσταση του αέρα δεν μπορεί να αγνοηθεί. Ωστόσο μπορεί να προσφέρει χρήσιμα προσεγγιστικά αποτελέσματα.

Θα εξετάσουμε επίσης τη σημαντική περίπτωση της κυκλικής κίνησης (**Σχήμα 3-1γ**). Θα ανακαλύψουμε ότι ακόμα και στην περίπτωση κατά την οποία ένα σώμα κινείται κυκλικά με σταθερό μέτρο ταχύτητας, παρόλα αυτά επιταχύνεται. Ο λόγος είναι ότι το σώμα *περιστρέφεται* καθώς η κατεύθυνση της κίνησής του αλλάζει διαρκώς. Σε επόμενα κεφάλαια θα χρησιμοποιήσουμε αυτή την παρατήρηση

Η πιο γενική μορφή κίνησης είναι η τρισδιάστατη. Σε πολλές περιπτώσεις όμως, η κίνηση περιορίζεται σε ένα επίπεδο και συνεπώς είναι δισδιάστατη.

Design Pics Inc / Alamy — Vladimir Volkov/Getty Images — Holly Kuchera/Getty Images

Σχήμα 3-1 Κίνηση σε τρεις και δύο διαστάσεις Τρία παραδείγματα κίνησης.

για να μας βοηθήσει να ερμηνεύσουμε το λόγο για τον οποίο τα πουλιά μαζεύουν τα φτερά τους όταν στρίβουν, τα αυτοκίνητα ορισμένες φορές γλιστρούν όταν στρίβουν σε βρεγμένο δρόμο, καθώς κι άλλες πτυχές του φυσικού και τεχνολογικού κόσμου.

Ίσως ανησυχείτε ότι η κίνηση σε δύο ή τρεις διαστάσεις είναι δύο ή τρεις φορές δυσκολότερο να αναλυθεί από τη μονοδιάστατη ευθύγραμμη κίνηση. Ευτυχώς όχι! Χρησιμοποιώντας την ιδέα του *διανύσματος* (μια ποσότητα η οποία διαθέτει τόσο μέτρο όσο και κατεύθυνση) την οποία εισάγαμε στην Ενότητα 2.2, θα είμαστε σε θέση να χρησιμοποιήσουμε τις ίδιες τεχνικές που χρησιμοποιήσαμε στο Κεφάλαιο 2 για τη μελέτη της ευθύγραμμης κίνησης. Η μόνη διαφορά είναι ότι στη δισδιάστατη και στην τρισδιάστατη κίνηση, τα διανύσματα της θέσης, της μετατόπισης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης *δεν* κατευθύνονται πάντα κατά μήκος της ίδιας ευθείας γραμμής. Στην επόμενη ενότητα θα μελετήσουμε τον τρόπο εργασίας με διανύσματα σε δύο και τρεις διαστάσεις.

ΤΙ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΘΥΜΑΣΤΕ από την Ενότητα 3.1

✔ Στην κίνηση σε δύο και τρεις διαστάσεις χρησιμοποιούνται οι ίδιες έννοιες της ταχύτητας και της επιτάχυνσης όπως και στην ευθύγραμμη κίνηση.

✔ Στην δισδιάστατη και τρισδιάστατη κίνηση η ταχύτητα και η επιτάχυνση πρέπει να αντιμετωπίζονται ως διανυσματικές ποσότητες.

3.2 Μια διανυσματική ποσότητα διαθέτει τόσο μέτρο όσο και κατεύθυνση

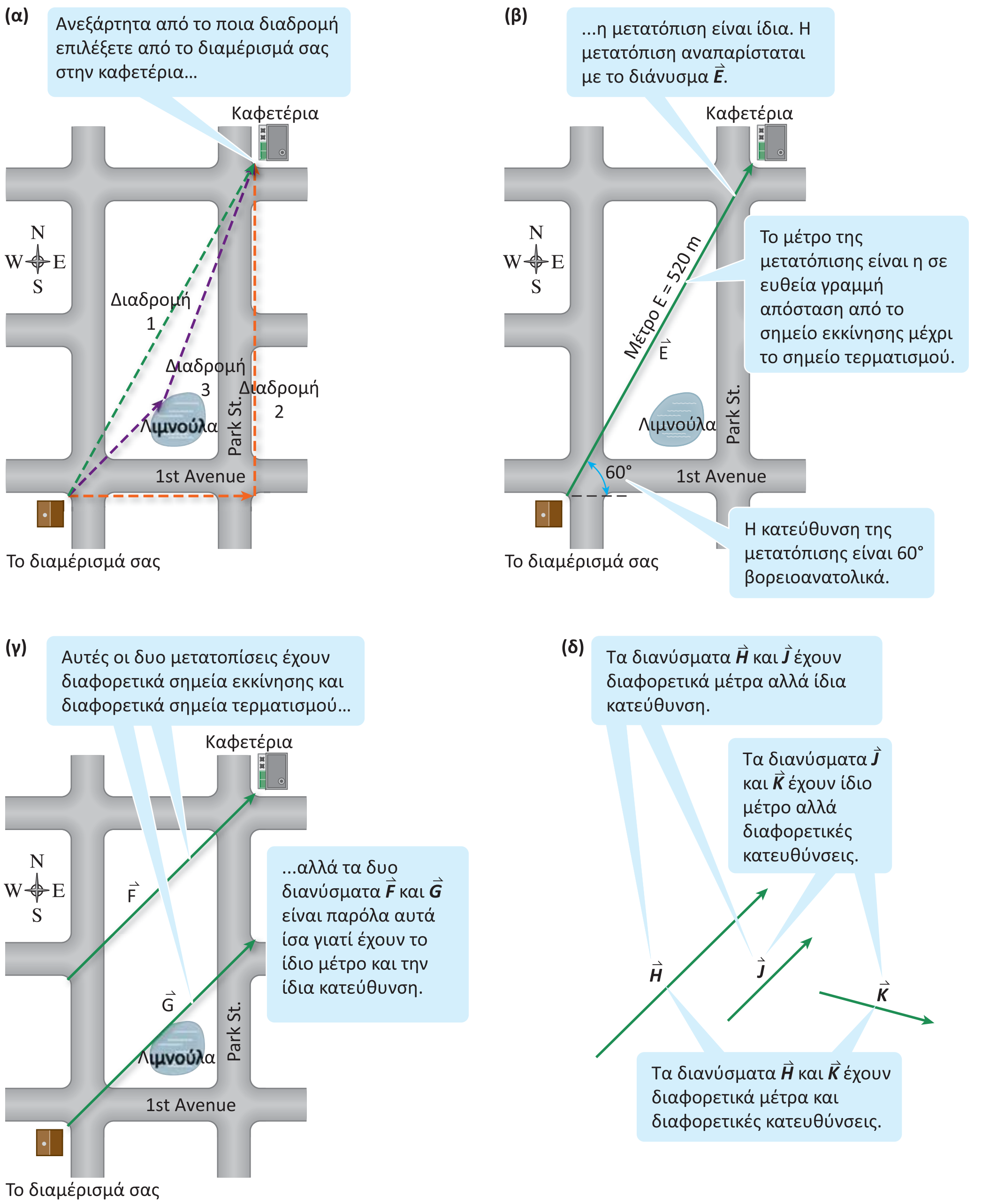
Ένα απόγευμα αποφασίζετε να πάρετε το βιβλίο σας και να πάτε να μελετήσετε στην αγαπημένη σας καφετέρια. Όπως δείχνει το **Σχήμα 3-2α**, μπορείτε να ακολουθήσετε μια σειρά από διαφορετικές διαδρομές για να φτάσετε στην καφετέρια. Ανεξάρτητα όμως από τη διαδρομή την οποία θα διαλέξετε, το τελικό αποτέλεσμα είναι ότι καταλήγετε 520 m από το διαμέρισμά σας σε κατεύθυνση 60° βορειοανατολικά (**Σχήμα 3-2β**). Αυτή η μεταβολή στη θέση σας είναι η *μετατόπισή* σας και έχει τόσο *μέτρο* (520 m) όσο και μια *κατεύθυνση* (60° βορειοανατολικά). Αποτελεί μια επέκταση της έννοιας της μετατόπισης την οποία εισάγαμε στο Κεφάλαιο 2 για την ευθύγραμμη κίνηση. Σε εκείνη την περίπτωση το πρόσημο της μετατόπισης (θετικό ή αρνητικό) μας πληροφορούσε αν η μετατόπιση ήταν στη θετική ή στην αρνητική κατεύθυνση του άξονα *x*. Καθώς όμως η κίνηση από το διαμέρισμα στην καφετέρια πραγματοποιείται σε ένα επίπεδο, πρέπει να επεκτείνουμε τον ορισμό που δώσαμε για την μετατόπιση.

Διανυσματικά και βαθμωτά μεγέθη

Κάθε ποσότητα η οποία διαθέτει μέτρο και κατεύθυνση καλείται **διάνυσμα**. Ένα παράδειγμα είναι το **διάνυσμα της μετατόπισης** στο Σχήμα 3-2β, το οποίο αναπαριστούμε με ένα βέλος που ξεκινά από το σημείο εκκίνησης (το διαμέρισμά σας) και καταλήγει στον προορισμό σας (την καφετέρια). Το μήκος του βέλους αντιπροσωπεύει το **μέτρο** του διανύσματος, το οποίο σε αυτή την περίπτωση είναι 520 m, κι αντιστοιχεί στην απόσταση σε ευθεία γραμμή από το σημείο εκκίνησης μέχρι τον προορισμό. Η **κατεύθυνση** του διανύσματος μετατόπισης σε αυτή την περίπτωση είναι 60° βορειοανατολικά. Δύο διανύσματα είναι ίσα εάν και *μόνο* εάν έχουν το ίδιο μέτρο και την ίδια κατεύθυνση (**Σχήμα 3-2γ**). Εάν δύο διανύσματα διαφέρουν στο μέγεθός τους, στην διεύθυνση ή και στα δύο, δεν είναι ίσα μεταξύ τους (**Σχήμα 3-2δ**).

Πολλές σημαντικές φυσικές ποσότητες έχουν τόσο μέτρο όσο και κατεύθυνση και είναι συνεπώς διανύσματα. Όταν αναφέρουμε ότι ένα περιστέρι πετά με 10 m/s προς τα δυτικά, δηλώνουμε το διάνυσμα της ταχύτητάς του (**Σχήμα 3-3**). Το *μέτρο της ταχύτητας* του περιστεριού είναι το μέτρο αυτού του διανύσματος. Όπως κάναμε και για το διάνυσμα της μετατόπισης, χρησιμοποιούμε ένα βέλος για να υποδηλώσουμε το διάνυσμα ενώ το μήκος του διανύσματος υποδηλώνει το μέτρο του. Αυτός είναι ο λόγος για τον οποίο σχεδιάσαμε το διάνυσμα της ταχύτητας για ένα κολιμπρί, το οποίο πετά με 20 m/s, ώστε να έχει διπλάσιο μήκος από το μήκος του διανύσματος της ταχύτητας για το περιστέρι, το οποίο κινείται με 10 m/s στο Σχήμα 3-3: Το μέτρο της ταχύτητας του κολιμπρί είναι διπλάσιο. Άλλα διανύσματα τα οποία θα συναντήσουμε κατά τη μελέτη μας στη Φυσική περιλαμβάνουν τη δύναμη (ένα σπρώξιμο ή τράβηγμα), την επιτάχυνση (η οποία περιγράφει τις αλλαγές της ταχύτητας), το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο.

Άλλες φυσικές ποσότητες *δεν* διαθέτουν κάποια κατεύθυνση η οποία να σχετίζεται με αυτές και συνεπώς *δεν* αποτελούν διανύσματα. Οι ποσότητες αυτές ονομάζονται βαθμωτά (ή μονόμετρα) μεγέθη και μπορούν να περιγραφούν απλώς με την παράθεση ενός αριθμού



Σχήμα 3-2 Διανύσματα
(α) Τρεις διαδρομές από το διαμέρισμά σας μέχρι την αγαπημένη σας καφετέρια. (β) Κάθε διαδρομή έχει την ίδια μετατόπιση από το διαμέρισμα μέχρι την καφετέρια. (γ) Δύο ίσα διανύσματα. (δ) Τρία άνισα διανύσματα.

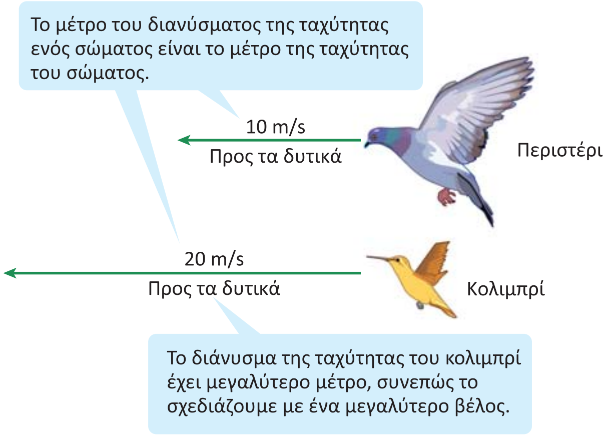
Ένα διάνυσμα έχει μόνο δυο χαρακτηριστικά: μέτρο και κατεύθυνση.

και της αντίστοιχης μονάδας. Για παράδειγμα, η μέση θερμοκρασία μέσα σε ένα σπίτι είναι 20° C και η διάρκεια μιας τυπικής πανεπιστημιακής διάλεξης είναι 50 min. Άλλα παραδείγματα μονόμετρων μεγεθών είναι η επιφάνεια, ο όγκος, η μάζα και η πυκνότητα. Σημειώστε ότι ορισμένες βαθμωτές ποσότητες μπορεί να είναι αρνητικές: Για παράδειγμα, η θερμοκρασία μέσα σε ένα τυπικό οικιακό καταψύκτη είναι −18° C ή και χαμηλότερη.

Χρησιμοποιούμε διαφορετικά σύμβολα για τα βαθμωτά μεγέθη και για τα διανύσματα, ώστε να μας βοηθούν να τα διακρίνουμε. Χρησιμοποιούμε πάντοτε γράμματα με *πλάγια γραφή* για να υποδηλώσουμε ένα μονόμετρο μέγεθος, όπως T για τη θερμοκρασία ή t για το χρόνο. Στα χειρόγραφα χρησιμοποιούμε τα συνηθισμένα γράμματα γι αυτά τα μεγέθη. Αντιθέτως, αναπαριστούμε πάντοτε τα διανύσματα χρησιμοποιώντας γράμματα με ***έντονη πλάγια γραφή*** με ένα βέλος στην κορυφή τους. Επομένως, γράφουμε τα διανύσματα μετατόπισης όπως αυτά που φαίνονται στο Σχήμα 3-2 ως $\vec{\boldsymbol{E}}$, $\vec{\boldsymbol{F}}$, $\vec{\boldsymbol{G}}$, κλπ. Στα χειρόγραφα πρέπει *πάντοτε* να σημειώνουμε ένα βέλος πάνω από το σύμβολο μιας διανυσματικής ποσότητας.

Μονόμετρο: C — Το σύμβολο ενός μονόμετρου μεγέθους παρουσιάζεται με *πλάγια γραφή*.

Διάνυσμα: $\vec{\boldsymbol{A}}$ — Το σύμβολο ενός διανυσματικού μεγέθους παρουσιάζεται με ***έντονη πλάγια γραφή*** και ένα βέλος.



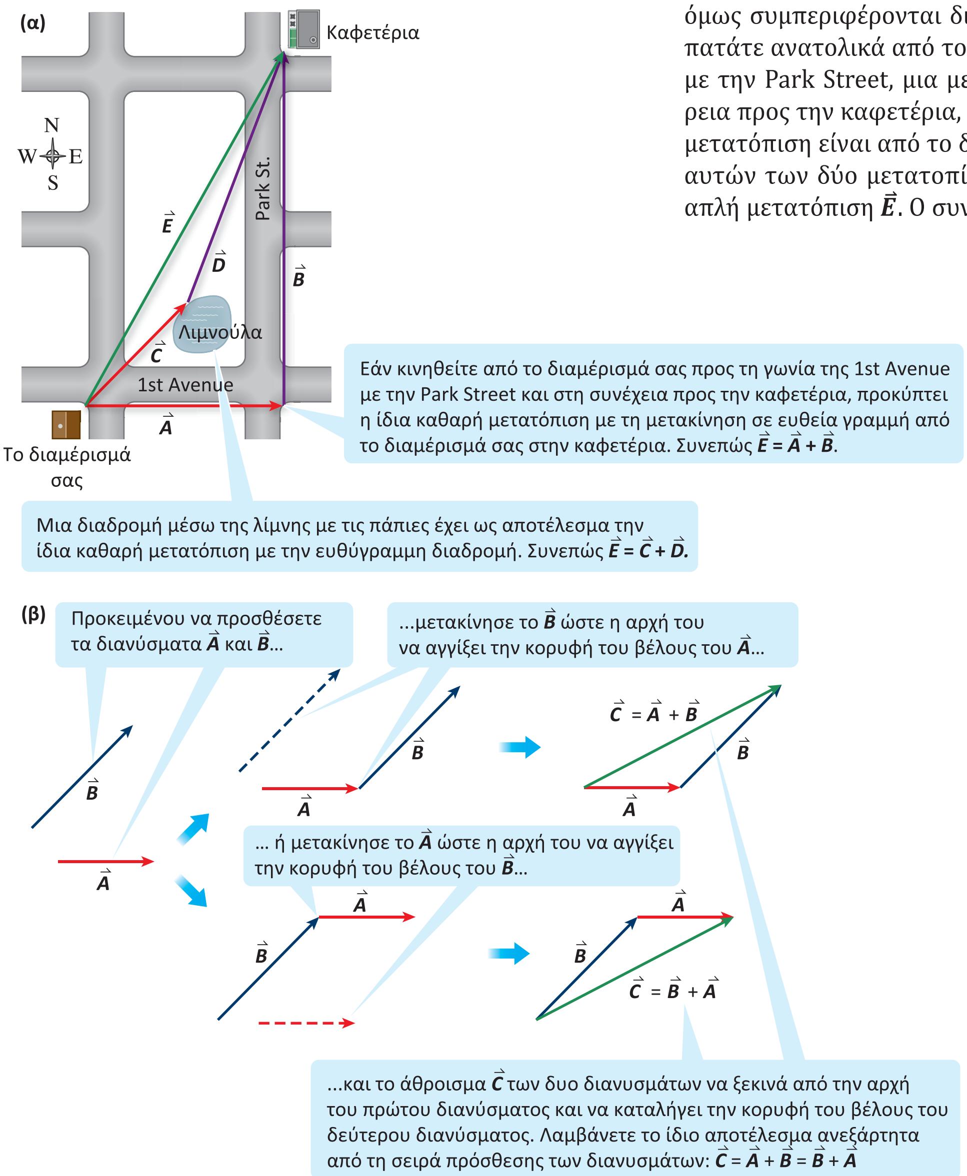
Σχήμα 3-3 Διανύσματα ταχύτητας Η ταχύτητα ενός πουλιού σε πτήση είναι ένα διάνυσμα: Έχει ένα μέτρο και μια κατεύθυνση (την κατεύθυνση της κίνησης του πουλιού).

Το σύμβολο για το μέτρο ενός διανύσματος είναι το σύμβολο για το ίδιο το διάνυσμα, αλλά *χωρίς* το βέλος πάνω από το σύμβολο και με πλάγια γραφή αντί για έντονη πλάγια. Για παράδειγμα, το μέτρο της μετατόπισης $\vec{E}$, η οποία παρουσιάζεται στο Σχήμα 3-2β είναι $E = 520$ m. Επίσης, κάποιες φορές, χρησιμοποιούμε το σύμβολο της απόλυτης τιμής για να υποδηλώσουμε το μέτρο ενός διανύσματος: $|\vec{E}| = E = 520$ m.

Σε αντιστοιχία με ένα βαθμωτό μέγεθος, το μέτρο ενός διανύσματος δίνεται από ένα αριθμό και μια μονάδα. Η μονάδα για τη μετατόπιση, η οποία φαίνεται στο Σχήμα 3-2β, είναι μέτρα (m). Το μέτρο ενός διανύσματος δεν μπορεί *ποτέ* να είναι αρνητικός αριθμός. Εάν ερωτηθείτε για την απόσταση από το διαμέρισμά σας μέχρι την καφετέρια στο Σχήμα 3-2β, δεν μπορείτε ποτέ να απαντήσετε «Είναι αρνητικά 520 m από εδώ»! Κατά τον ίδιο τρόπο, το μέτρο της ταχύτητας δεν είναι ποτέ αρνητικό, το οποίο εξηγεί γιατί δεν υπάρχουν αρνητικοί αριθμοί σε ένα ταχύμετρο.

Προσθέτοντας διανύσματα

Τα μονόμετρα μεγέθη προστίθενται μεταξύ τους σύμφωνα με τους συνήθεις κανόνες της αριθμητικής: Αν το σπίτι σας έχει επιφάνεια 200 m^2 και χτίσεις ένα επιπλέον δωμάτιο με επιφάνεια 15 m^2, το τελικό αποτέλεσμα είναι ένα σπίτι με επιφάνεια 200 m^2 + 15 m^2 = 215 m^2. Τα διανύσματα, όμως συμπεριφέρονται διαφορετικά. Ως παράδειγμα, θεώρησε ότι περπατάτε ανατολικά από το διαμέρισμά σας προς τη γωνία της 1st Avenue με την Park Street, μια μετατόπιση $\vec{A}$, και στη συνέχεια περπατάτε βόρεια προς την καφετέρια, μια μετατόπιση $\vec{B}$ (Σχήμα 3-4α). Η καθαρή σας μετατόπιση είναι από το διαμέρισμά σας στην καφετέρια. Ο συνδυασμός αυτών των δύο μετατοπίσεων $\vec{A}$ και $\vec{B}$ έχει το ίδιο αποτέλεσμα με την απλή μετατόπιση $\vec{E}$. Ο συνδυασμός των $\vec{A}$ και $\vec{B}$ για να προκύψει το $\vec{E}$ εί-



Όταν προσθέτετε δυο διανύσματα, τοποθετήστε την κορυφή του βέλους του πρώτου διανύσματος ώστε να ακουμπά την αρχή του δεύτερου διανύσματος. Το διανυσματικό άθροισμα, σε αυτή την περίπτωση, εκτείνεται από την αρχή του πρώτου διανύσματος μέχρι την κορυφή του βέλους του δεύτερου.

Σχήμα 3-4 Πρόσθεση διανυσμάτων (α) Οι τρεις διαδρομές από το διαμέρισμά σας στην καφετέρια δίνουν όλες το ίδιο συνολικό διάνυσμα μετατόπισης: $\vec{E} = \vec{A} + \vec{B} = \vec{C} + \vec{D}$. (β) Ο τρόπος τοποθέτησης των διανυσμάτων $\vec{A}$ και $\vec{B}$ ώστε να μπορούν να προστεθούν.

ναι ένα παράδειγμα **πρόσθεσης διανυσμάτων** και τότε λέμε ότι το $\vec{E}$ είναι το **διανυσματικό άθροισμα** των $\vec{A}$ και $\vec{B}$. Δηλαδή $\vec{E} = \vec{A} + \vec{B}$. Το Σχήμα 3-4α παρουσιάζει ότι ένας άλλος τρόπος για να φτάσετε στην καφετέρια είναι να κινηθείτε πρώτα από το διαμέρισμά σας προς τη λιμνούλα με τις πάπιες (μετατόπιση $\vec{C}$) και στη συνέχεια από τη λιμνούλα με τις πάπιες προς την καφετέρια (μετατόπιση $\vec{D}$). Είναι συνεπώς επίσης αληθές ότι $\vec{E} = \vec{C} + \vec{D}$.

Το Σχήμα 3-4α δείχνει ότι για να πραγματοποιήσουμε πρόσθεση διανυσμάτων σχεδιάζουμε τα δύο διανύσματα το ένα μετά το άλλο (διαδοχικά), με την αρχή του δεύτερου διανύσματος να ακουμπά το βέλος του πρώτου. Το άθροισμα αυτών των δύο διανυσμάτων κατευθύνεται συνεπώς από την αρχή του πρώτου διανύσματος στο βέλος του δεύτερου διανύσματος. Ακόμα και στην περίπτωση κατά την οποία τα δύο διανύσματα δεν είναι διαδοχικά, μπορούμε να το πετύχουμε αυτό μετακινώντας ή μεταφέροντας την αρχή του ενός διανύσματος στο βέλος του άλλου, διατηρώντας τις κατευθύνσεις των διανυσμάτων σταθερές, όπως παρουσιάζει το **Σχήμα 3-4β**. Το σχήμα αυτό δείχνει επίσης ότι η σειρά με την οποία προσθέτουμε τα διανύσματα δεν έχει σημασία, δηλαδή $\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$. Οι συνηθισμένες προσθέσεις μονόμετρων μεγεθών συμπεριφέρονται με τον ίδιο τρόπο: για παράδειγμα, 3 + 4 = 4 + 3.

ΠΡΟΣΟΧΗ! Χρησιμοποιήστε σωστά το συμβολισμό των διανυσμάτων

Σημειώστε ότι δεν είναι *ποτέ* σωστό να γράψετε μια εξίσωση όπως αυτή: $\vec{E}$ = 520 m. Ένα διάνυσμα δεν είναι ποτέ απλώς ίσο με το μέτρο του, η κατεύθυνσή του είναι εξίσου σημαντική. Αντιθέτως πρέπει να πείτε: «το $\vec{E}$ έχει μέτρο 520 m και κατευθύνεται 60° βορειοανατολικά». (Στη συνέχεια αυτού του κεφαλαίου θα δούμε ένα διαφορετικό, σύντομο τρόπο να αναπαριστούμε μαθηματικά ένα διάνυσμα.)

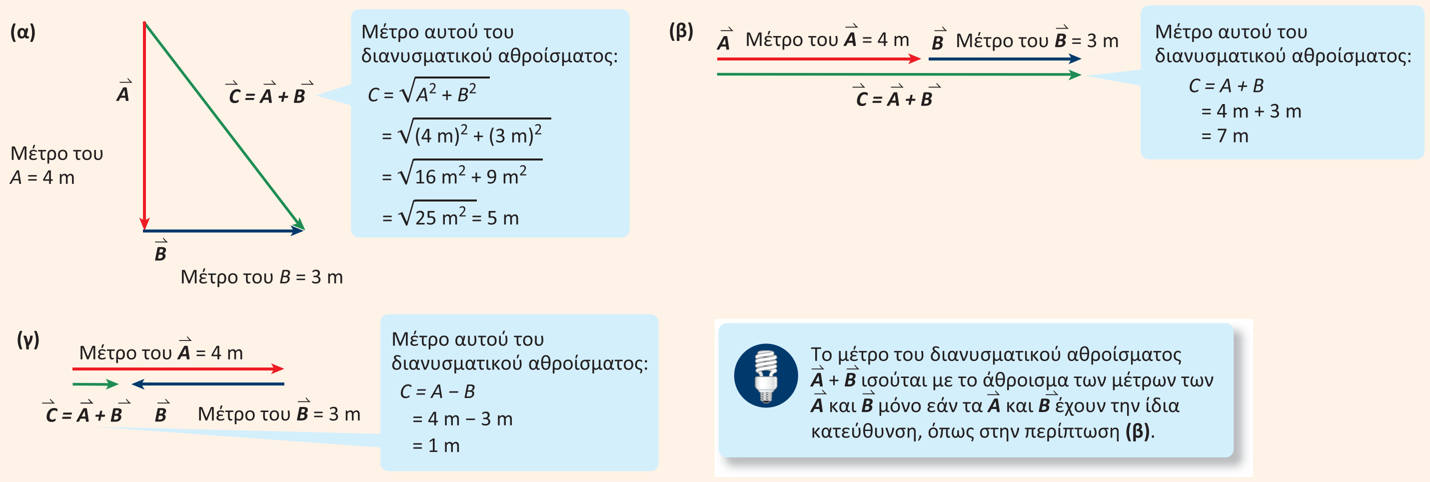
Αφαιρώντας διανύσματα

Ένα απλό αριθμητικό πρόβλημα είναι το «Πόσο κάνει 7 μείον 4;» Αυτό το οποίο πραγματικά ζητά αυτό το πρόβλημα είναι «Τι πρέπει να προσθέσω στον δεύτερο αριθμό (στο παράδειγμά μας, 4) για να προκύψει ο πρώτος αριθμός (στο παράδειγμά μας, 7);» Η απάντηση είναι 7 – 4 = 3 γιατί αν προστεθεί το 3 στο 4 προκύπτει 7. Η **αφαίρεση των διανυσμάτων** λειτουργεί λίγο πολύ με τον ίδιο τρόπο. Όταν αναφέρουμε ότι $\vec{D} - \vec{E} = \vec{F}$ εννοούμε ότι το διάνυσμα $\vec{F}$ είναι αυτό το οποίο θα πρέπει να προσθέσουμε στο διάνυσμα $\vec{E}$ για να προκύψει το διάνυσμα $\vec{D}$. Το **Σχήμα 3-6α** παρουσιάζει τον τρόπο με τον οποίο σχετίζονται τα διανύσματα $\vec{D}$, $\vec{E}$ και $\vec{F}$.

Προκειμένου να διευκρινίσουμε τον τρόπο αφαίρεσης διανυσμάτων, ας σημειώσουμε αρχικά κάτι σε σχέση με τη συνηθισμένη αφαίρεση: Όταν *αφαιρούμε* το 4 από το 7, επί της ουσίας *προσθέτουμε* το –4 στο 7, ώστε 7 – 4 = 7 + (–4) = 3. Με τον ίδιο τρόπο, όταν αφαιρούμε το διάνυσμα $\vec{E}$ από το διάνυσμα $\vec{D}$ προκειμένου να υπολογίσουμε τη **διανυσματική διαφορά** $\vec{D} - \vec{E}$, ουσιαστικά προσθέτουμε

ΠΡΟΣΟΧΗ! Η πρόσθεση διανυσμάτων δεν είναι ίδια με τη συνηθισμένη πρόσθεση

Είναι σύνηθες λάθος να συμπεραίνουμε ότι το μέτρο του $\vec{A} + \vec{B}$, του αθροίσματος των δύο διανυσμάτων, ισούται με το άθροισμα του μέτρου του A και του μέτρου του $\vec{B}$. Αυτή η προσέγγιση συνήθως δίνει *λάθος* απάντηση όταν προσθέτουμε διανύσματα. Για παράδειγμα, στο **Σχήμα 3-5α** τα διανύσματα $\vec{A}$ και $\vec{B}$ είναι κάθετα, συνεπώς τα διανύσματα αυτά και το άθροισμά τους $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$ αποτελούν τις τρεις πλευρές ενός ορθογωνίου τριγώνου. Σε αυτή την περίπτωση, η εφαρμογή του Πυθαγορείου θεωρήματος δίνει για το μέτρο του $\vec{C}$: $C^2 = A^2 + B^2$, συνεπώς $C = (A^2 + B^2)^{1/2}$. Αυτό είναι μικρότερο από το $\vec{A} + \vec{B}$. Η μοναδική περίπτωση κατά την οποία το μέτρο $|\vec{A} + \vec{B}|$ ισούται με το άθροισμα των μέτρων $A + B$ είναι όταν τα $\vec{A}$ και $\vec{B}$ έχουν την ίδια κατεύθυνση (**Σχήμα 3-5β**). Το **Σχήμα 3-5γ** δείχνει ότι αν τα $\vec{A}$ και $\vec{B}$ έχουν αντίθετες κατευθύνσεις, το μέτρο $|\vec{A} + \vec{B}|$ ισούται με τη *διαφορά* των μέτρων των A και B. Στην Ενότητα 3.3 θα μάθουμε μια τεχνική για να υπολογίζουμε εύκολα το μέτρο και την κατεύθυνση ενός διανυσματικού αθροίσματος.



Σχήμα 3-5 Ειδικές περιπτώσεις πρόσθεσης διανυσμάτων Το άθροισμα $\vec{A} + \vec{B}$ δύο διανυσμάτων τα οποία (α) είναι κάθετα μεταξύ τους, (β) έχουν την ίδια κατεύθυνση και (γ) έχουν αντίθετες κατευθύνσεις.